Grundwissen Mathematik Klasse 9 – Übungsaufgaben

Rechnen mit Wurzeln:

1. Radiziere so weit wie möglich!

a) $\sqrt{72}$ b) $\sqrt{50 \cdot 32 \cdot 28}$ c) $\sqrt{a^3 b^2 c^4}$

d) $\sqrt{2x^2 - 4xy + 2y^2}$ e) $\sqrt{25(a^2 - b^2)}$ f) $\sqrt{a^5 b^4 c^3 (x^2 - y^2)}$

g) $\sqrt{2ax^2 + 4abx + 2ab^2}$

2. Berechne!

a) $(\sqrt{48} - \sqrt{18})(\sqrt{27} + \sqrt{32})$ b) $\frac{\sqrt{75}}{1+\sqrt{3}} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{9\sqrt{3}-9}{2\sqrt{3}}$

c) $\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

3. Mache den Nenner rational und vereinfache so weit wie möglich!

a) $\frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{3}}}$ b) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - b}$ c) $\sqrt{a^2 - 1} \cdot \sqrt{\frac{a+1}{a-1}}$

4. Bestimme die maximale Definitionsmenge!

a) $\sqrt{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}x}$ b) $\sqrt{(3-x)(x+5)}$ c) $\sqrt{\frac{3-x}{2x+1}}$

Binomische Formeln:

5. Berechne mit Hilfe der binomischen Formeln!

a) $(4a - 3b)^2$ b) $(\frac{1}{2}x + 5y)(5y - \frac{1}{2}x)$

6. Zerlege so weit wie möglich in Faktoren!

a) $16a^2 - 24ab + 9b^2$ b) $4x^2c - 2xyc + \frac{1}{4}y^2c$

c) $25a^6 - 36b^2$ d) $5x^3 - 5x$

7. Bestimme die Definitionsmenge und vereinfache soweit wie möglich:

a) $\dfrac{20x^2 - 60x + 45}{27x - 12x^3}$ b) $\dfrac{3x^2 + 6x - 9}{5x^2 - 10x + 5}$

8. Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $\dfrac{x+1}{x} = \dfrac{5}{2} + \dfrac{x}{x-3}$ b) $\dfrac{4}{x-1} + \dfrac{2}{x-1} = -\dfrac{4}{x^2 - 1}$

9. Vereinfache so weit wie möglich!

$\dfrac{1-2a}{a^2-4} \cdot \dfrac{3a+6}{4a^2-4a+1}$

Satz des Pythagoras:

10. Berechne die Fläche eines gleichschenkligen Dreiecks mit der Basis 10 cm und der Schenkellänge 13 cm, sowie den Abstand des Basismittelpunktes von den Schenkeln.

11. Verwandle ein Rechteck mit dem Flächeninhalt 17cm^2 in ein flächengleiches Quadrat. (Alle Konstruktionslinien müssen deutlich erkennbar sein!)

12. Zeige durch geeignete Rechnung, dass das Dreieck ABC mit $A(1/5)$ $B(4/11)$ $C(10/8)$ rechtwinklig ist. Welche zusätzliche Eigenschaft weist dieses Dreieck auf?

Pyramide/Kegel:

13. Berechne den Oberflächeninhalt einer geraden Pyramide mit den Seitenkantenlängen 13 cm, deren Grundfläche ein Quadrat mit der Diagonalenlänge $10\sqrt{2}$ cm ist.

14. Löse die Oberflächenformel des Kegels auf nach m!

15. Wie groß ist der Oberflächeninhalt eines Tetraeders, dessen Kanten alle die Länge 3a +1 haben?

16. Ein Kegel mit der Grundfläche $36\pi\,\text{cm}^2$ hat den Mantelflächeninhalt $60\pi\ \text{cm}^2$. Berechne seine Höhe und sein Volumen!

17. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen einer geraden Pyramide mit der Seitenkantenlänge 13 cm, deren Grundfläche ein Quadrat mit der Diagonalenlänge $10\sqrt{2}$ cm ist.

Quadratische Gleichungen:

18. Löse die folgenden Gleichungen:

a) $13x^2 = 5x$ b) $3x^2 - 3x = 6$ c) $13x^2 - 5(x+2) = 5x - 3$

d) $3x^2 = 6 - 3x$ e) $\dfrac{2x+1}{x+2} = \dfrac{x+2}{3}$

19. Gib die Anzahl der Lösungen der folgenden Gleichungen an!

a) $5x + 3 = 0$ b) $x^2 + 2x + 1 = 0$ c) $3x^2 + 5x = -9$

20. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$-x^2 - x + 6 \geq 0$

21. Bestimme die Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichung:

$\sqrt{3x-3} + \sqrt{5-x} = 4$

Parabeln:

22. Bestimme diejenigen Werte a, b und c so, dass für die Funktion $y = a(x-b)^2 + c$ gilt: Der Graph der Funktion schneidet die x-Achse bei 3 und -5 und verläuft durch den Punkt P(–1/–8).

23. Bestimme a so, dass die Funktion $y = 2x^2 - 3x + a - 1$ genau eine Nullstelle hat.

24. Gegeben ist die Funktion $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}$
    a) Berechne die Koordinaten des Scheitels, den Schnittpunkt mit der y-Achse und die Nullstellen.
    b) Berechne die Schnittpunkte mit der Geraden $y = 2x - 2$
    c) Zeichne die Parabel und die Gerade in ein Koordinatensystem.

25. Gegeben ist die Gleichung der Parabel

    $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3$ mit $D_f = R$! Ihr Graph sei G_f .

    Bestimme die Koordinaten des Scheitels S sowie der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und zeichne G_f für $x \in [-3; 4]$ in ein Koordinatensystem!

26. Bestimme diejenigen Werte a, b, und c so, dass für die Funktion $y = a(x-b)^2 + c$ gilt: Die Wertemenge ist $[-7; +\infty[$, der Graph ist symmetrisch zur Geraden $x = -3$ und enthält den Punkt P(2/3).

Sinus,Kosinus,Tangens:

27. Von einem Dreieck ABC sind gegeben: $\alpha = 90^0$, $a = 9cm\ und\ b = 5\ cm$
    Berechne c , β und γ !

28. Gegeben ist eine reguläre Pyramide mit der Höhe 4 cm und quadratischer Grundfläche mit dem Flächeninhalt 36 cm^2 .
    a) Zeichne ein passendes Schrägbild der Pyramide
    b) Berechne jeweils den Winkel, den die Kanten und die Seitenflächen mit der Grundfläche einschließen.
    c) Berechne Volumen und Oberfläche der Pyramide

29. Bestimme die Gleichung derjenigen Geraden, die durch den Punkt P(–2/5) verläuft und mit der positiven x-Achse den Winkel 104,04° einschließt. (Runde sinnvoll)

30. Zeichne die Gerade $y = -\frac{5}{3}x + 1$ in ein Koordinatensystem.
    Berechne nun den Winkel, den die Gerade mit der y-Achse einschließt.

31. Eine Gerade schneidet die positive x Achse unter einem Winkel von $63{,}44^0$ und verläuft durch den Punkt P(3/7). Bestimme die Geradengleichung! (Runde sinnvoll)

32. Bei einer quadratischen Pyramide der Höhe 15 m beträgt der Winkel zwischen einer Seitenkante und der Grundfläche 62°. Berechne:
    a) die Länge einer Seitenkante,
    b) die Seitenlänge der Grundfläche (Lösung: a = 11,3 m),
    c) den Neigungswinkel der Seitenflächen gegen die Grundfläche

33. Berechne aus $\sin\alpha = 0{,}8$ die Werte von $\cos\alpha$, $\sin(90^0 - \alpha)$ und $\tan\alpha$.

Wahrscheinlichkeitsrechnung:

34. Ein Elektronik-Bastler hat in einer Schachtel zehn gleich aussehende Widerstände, von denen fünf erste Wahl (E), vier zweite Wahl (Z) und einer Ausschuss (A) sind. Er entnimmt der Schachtel zwei Widerstände rein zufällig (ohne Zurücklegen).
    a) Zeichne zu diesem Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse.
    b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
       A: „Beide Widerstände sind erste Wahl“,
       B: „Mindestens ein Widerstand ist erste Wahl“.

35. Ein Glücksrad hat 8 gleichmäßig angeordnete Sektoren, 5 rote, 2 blaue und 1 weißen. Das Glücksrad wird nun dreimal nacheinander gedreht und jeweils die Farbe notiert. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
    a) dreimal rot erscheint
    b) genau einmal blau
    c) dreimal die gleiche Farbe
    d) beim ersten Mal weiß
    e) mindestens einmal rot
    f) höchstens einmal blau

Potenzen:

36. Schreibe ohne Wurzel , negative Exponenten und Doppelbrüche:

a) $\sqrt[5]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-4}}$

b) $\sqrt[5]{\frac{1}{x^{-3}}}$

c) $\sqrt[3]{a^{-2}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{x^2(xy^3)^2}}{\sqrt[3]{x^{-2}}\,y^0}\cdot\left(\frac{x^{-7}}{\sqrt{y}}\right)^o$

e) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^{\frac{2}{5}}y^0}$

f) $\frac{\sqrt[4]{x^2(xy^3)^2}}{\sqrt[3]{\frac{x^2}{y^4}}}$