

Aufgaben zum Grundwissen Mathematik

12. Jahrgangstufe

Analytische Geometrie

Diese Aufgaben zeigen, welche grundlegenden Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler in diesem Lehrplanabschnitt erlernen müssen. Diese Aufgaben sollten die Schülerinnen und Schüler also sicher lösen können. Da viele Abituraufgaben komplexer sind und einzelne Aufgabentypen vernetzen, garantiert das Beherrschen dieser Aufgaben jedoch noch keine gute oder sehr gute Abiturnote.

1. Gegeben ist die Pyramide $ABCS$ durch die Punkte $A(5|0|0)$, $B(3|4|1)$, $C(1,5|-2|2,5)$ und $S(3|2|5)$, die von den Vektoren $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ und $\vec{w} = \overrightarrow{AS}$ aufgespannt wird. M sei der Mittelpunkt von $[AB]$, der Punkt T teile die Strecke $[CB]$ im Verhältnis $2 : 1$, d. h. es ist $\overrightarrow{CT} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$.

- Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte M und T .
- Stellen Sie die Situation in einem Koordinatensystem zeichnerisch dar.
- Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCS$ und der Pyramide $MBTS$.

2. Gegeben ist das Dreieck ABD mit $A(-1|-1|1)$, $B(2|-2|1)$ und $D(2,5|-0,5|1)$.

- Berechnen Sie die Längen der drei Seiten und die drei Innenwinkel.
- Ermitteln Sie die Koordinaten eines Punktes C , so dass $ABCD$ ein Parallelogramm ist.
- Berechnen Sie das Vektorprodukt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$. Welche Bedeutung hat dieses Vektorprodukt? Warum war die besondere Lage dieses Vektors bereits aus den gegebenen Koordinaten ersichtlich?
- Das Dreieck ABD wird nun in die x_1x_2 -Grundebene projiziert und somit jetzt das Dreieck $A'B'D'$ mit $A'(-1|-1)$, $B'(2|-2)$, $D'(2,5|-0,5)$ betrachtet.
Welche besondere Rolle spielt für dieses Dreieck der Kreis mit der Gleichung $(x_1 - 0,75)^2 + (x_2 + 0,75)^2 = \frac{25}{8}$?

3. Geben Sie die Gleichung der Kugel um $M(3|-5|0)$ mit Radius 6 an, und prüfen Sie, ob der Ursprung $O(0|0|0)$ innerhalb, auf oder außerhalb der Kugel liegt.

4. Berechnen Sie den Winkel φ zwischen den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.