Aufgaben zum Grundwissen Mathematik

12. Jahrgangstufe

Analytische Geometrie

Diese Aufgaben zeigen, welche grundlegenden Fertigkeiten die Schülerinnen und Schüler in diesem Lehrplanabschnitt erlernen müssen. Diese Aufgaben sollten die Schülerinnen und Schüler also sicher lösen können. Da viele Abituraufgaben komplexer sind und einzelne Aufgabentypen vernetzen, garantiert das Beherrschen dieser Aufgaben jedoch noch keine gute oder sehr gute Abiturnote.

1. Gegeben ist die Gerade $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$

   Prüfen Sie, ob die folgenden Punkte auf g liegen:

   $Q(1|4|3)$, $R(0|2|1)$, $S(5|0|2)$.

   Berechnen Sie die Koordinaten eines Punktes T auf g mit $T(?|?|0)$.

2. Zeigen Sie, dass die Punkte $A(-2|-2|8)$, $B(4|4|4)$, $C(2|2|\frac{16}{3})$ und $D(-17|-17|18)$ auf einer Geraden liegen, indem Sie die Gleichung der Geraden AB aufstellen und zeigen, dass C und D auf AB liegen.

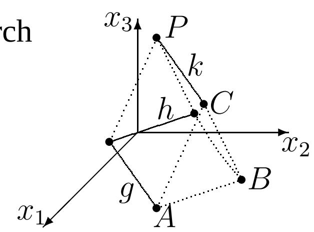
3. Berechnen Sie den Abstand des Punktes $D(2{,}5|-0{,}5|1)$ von der Geraden AB durch $A(-1|-1|1)$ und $B(2|-2|1)$ und berechnen Sie damit die Fläche des Dreiecks ABD. Vergleichen Sie mit dem Vektorprodukt-Ergebnis (vgl. grund119.pdf).

4. Welche besondere Lage haben folgende Geraden im Koordinatensystem:

   (a) $g: \vec{X} = \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$

   (b) $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mu \in \mathbb{R}.$

5. Das nebenstehende am Hang stehende Zelt ist gegeben durch $A(8|5|0)$, $B(5|8|0)$, $C(7|7|5)$, $P(2|2|6)$ sowie die Geraden

   $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R},$

   $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \mu \in \mathbb{R}$, und $k: \vec{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \sigma \in \mathbb{R}.$

   Stellen Sie Ebenengleichungen in Parameterform auf:

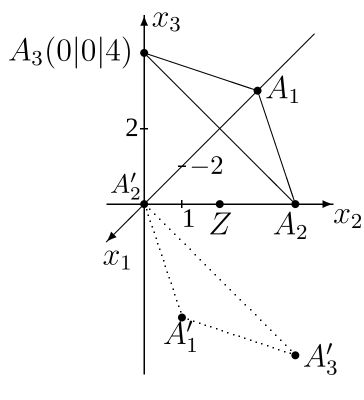
   (a) Ebene E_1, die durch die Punkte A, B, C gegeben ist.

   (b) Ebene E_2, die durch die Gerade k und den Punkt B festgelegt ist. Überzeugen Sie sich zuvor davon, dass der Punkt B nicht auf der Geraden k liegt.

   (c) Ebene E_3, die durch die beiden echt parallelen Geraden g und k festgelegt ist.

   (d) Ebene E_4, die durch die sich schneidenden Geraden g und h festgelegt ist.

6. Gegeben ist die hier dargestellte Ebene E.

   (a) Geben Sie eine Gleichung von E an.

   (b) Spiegeln Sie die Punkte $A_1(-6|0|0)$, A_2, A_3 am Punkt $Z(0|2|0)$ und stellen Sie damit die Gleichung der gespiegelten Ebene E' auf.

   Tipp: Mögliche Vorgehensweise zum Spiegeln der Punkte: $\overrightarrow{ZA_1'} = \overrightarrow{A_1Z}$ mit „Spitze minus Fuß“ nach A_1' auflösen.