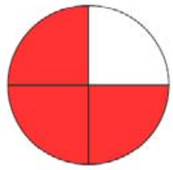
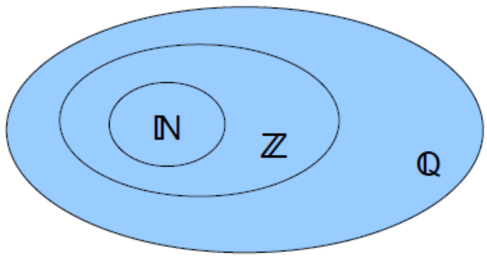
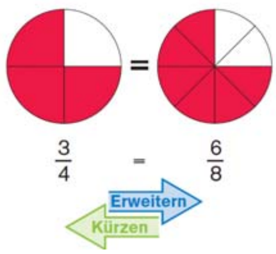
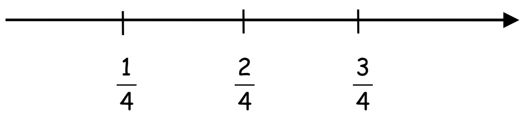
Grundwissen Mathematik Klasse 6

Grundwissen	Beispiele
1 Rationale Zahlen	
Bruchteile von Ganzen lassen sich mit Hilfe von Brüchen beschreiben, Bedeutung des **Nenners:** In wie viele Teile wird das Ganze zerlegt? Bedeutung des **Zählers:** Wie viele dieser Teile werden genommen?	3 Stücke Pizza von 4 gleichen Stücken: $\frac{3}{4}$ der Pizza $\frac{3}{4}$ von 20kg = $\frac{3 \bullet 20}{4}$kg = 15kg
Anteile lassen sich auch als **Kreisdiagramm** veranschaulichen.	 (Kreisdiagramm)
Anteile gibt man häufig auch in **Prozent (%)** an, dabei bedeuten zum Beispiel 7 % = $\frac{7}{100}$.	$\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 8\,\%$
Unechte Brüche (Zähler größer als Nenner) lassen sich in **gemischte Zahlen** verwandeln.	$\frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$
Die Menge aller positiven und negativen Bruchzahlen bilden mit der 0 die **Menge der rationalen Zahlen** kurz Q.	Veranschaulichung im Mengendiagramm: 
Jeder Bruch hat einen Platz auf der Zahlengeraden. Brüche mit dem gleichen Platz haben den gleichen Wert. Durch *Erweitern* und *Kürzen* ändert sich der Wert eines Bruches nicht.  **Erweitern heißt**, Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl zu multiplizieren. **Kürzen heißt,** Zähler und Nenner werden durch einen gemeinsamen Teiler dividiert. **Anordnung der Bruchzahlen:** Je weiter rechts eine rationale Zahl auf der Zahlengeraden ist, desto größer ist sie.	$\frac{3}{8} = \frac{3 \bullet 25}{8 \bullet 25} = \frac{375}{1000}$ $\frac{120}{180} = \frac{120:60}{180:60} = \frac{2}{3}$ 
Addition/Subtraktion Brüche mit verschiedenen Nennern erweitert man zuerst auf den **Hauptnenner**. **Multiplikation** "Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner." (Vorher kürzen!) **Division** "Bruch : Bruch = Bruch mal Kehrbruch." (Vorher kürzen!)	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$ $\frac{2}{3} \bullet \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \bullet \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

Dezimalzahlen

Kommazahlen, wie z.B. 0,012 heißen **Dezimalzahlen.** Die Ziffern hinter dem Komma heißen **Dezimalen**.

$0{,}012 = \frac{12}{1000}$

H	Z	E	,	z	h	t	zt
		0	,	0	1	2	

z = Zehntel, h = Hundertstel, t = Tausendstel usw.

Vergleichen von Dezimalbrüchen:
Man vergleicht von links beginnend die Ziffern mit gleichem Stellenwert, die erste verschiedene Ziffer entscheidet.

$0{,}0012 < 0{,}0013$
$0{,}00134 > 0{,}0013$

Umwandeln eines Bruchs in einen Dezimalbruch:
Durch schriftliches Dividieren
oder Erweitern auf eine Zehnerpotenz.
Geht die Division auf, erhalten wir einen endlichen Dezimalbruch, geht die Division nicht auf, erhalten wir einen unendlichen Dezimalbruch.

$\frac{3}{8} = 3:8 = 0{,}375$ (endlicher Dezimalbruch)
$\frac{3}{8} = \frac{375}{1000} = 0{,}375$ (endlicher Dezimalbruch)
$\frac{2}{3} = 0{,}66666\ldots$ (unendlicher Dezimalbruch)

Rechnen mit positiven Dezimalzahlen
Addition / Subtraktion
Achte auf das Komma, beim schriftlichen Addieren und Subtrahieren werden die Kommas untereinander geschrieben!
Multiplikation
Achte auf die richtige Zahl an Nachkommastellen !
Division
Gerechnet wird mit geschickter Kommaverschiebung.

$3{,}76 + 4{,}32 = 8{,}08$
$0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$
$1{,}86 \cdot 0{,}54 = 1{,}0044$
$2{,}25 : 1{,}5 = 22{,}5 : 15 = 1{,}5$

Rechnen mit negativen Zahlen
Die **Vorzeichenregeln** für die ganzen Zahlen aus Klasse 5 gelten genauso!
Beachte beim Rechnen geschickt **Rechenvorteile** durch das **K-Gesetz oder A-Gesetz oder D-Gesetz** wie in Klasse 5 !

$(+1{,}2) \cdot (+0{,}1) = +0{,}12$
$(+1{,}2) : (+0{,}1) = +12$
$(-1{,}2) \cdot (+0{,}1) = -0{,}12$
$(-1{,}2) : (+0{,}1) = -12$
$(-1{,}2) \cdot (-0{,}1) = +0{,}12$
$(-1{,}2) : (-0{,}1) = +12$

2 Relative Häufigkeit

Die **relative Häufigkeit** gibt an, welcher Bruchteil aller Ergebnisse "Treffer" sind.

$$\textit{relative Häufigkeit} = \frac{\text{Anzahl der Treffer}}{\text{Anzahl der Ergebnisse}}$$

Wiederholt man ein Zufallsexperiment sehr oft, so pendelt sich die relative Häufigkeit bei einem festen Wert ein (empirisches Gesetz der großen Zahlen).

Würfelt man zehnmal und tritt dabei viermal die Eins auf, so ist die relative Häufigkeit für die Eins:

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 40\%$$

3 Prozentrechnung

Begriff:
Prozente geben Bruchteile an. „Prozent" heißt „Hundertstel".

$\frac{1}{100} = 1\%$ $\frac{1}{2} = 50\%$
$\frac{1}{4} = 25\%$ $1 = 100\%$

Prozentrechnung:
PS = Prozentsatz; GW = Grundwert; PW = Prozentwert
Es gilt: PS von GW = PW

$$PS = \frac{PW}{GW}$$
$$PW = PS \cdot GW$$
$$GW = \frac{PW}{PS}$$

Dem Grundwert werden immer 100% zugeordnet.

Prozentsatz PS gesucht:
Wie viel Prozent sind 7 von 35?
$PS = \frac{7}{35} = \frac{1}{5} = 20\%$

Prozentwert PW gesucht:
Wie viel sind 20% von 75 €?
20% von 75 € = 0,2 * 75 € = 15 €

Grundwert GW gesucht:
25% von GW sind 45€. Wie hoch ist GW?
$GW = \frac{PW}{PS} = \frac{45€}{0{,}25} = 180$ €

Direkte Proportionalität:
Zwei Größen heißen zueinander direkt proportional, wenn dem Doppelten, Dreifachen, … der einen Größe das Doppelte, Dreifache, … der anderen Größe entspricht.

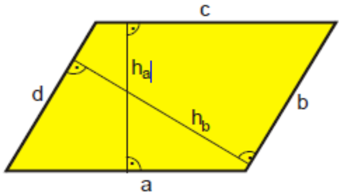
3 kg kosten 2,40 €
1 kg kostet 2,40 € : 3 = 0,80 €
5 kg kosten 0,80 € · 5 = 4 €

Indirekte Proportionalität:
Zwei Größen heißen zueinander indirekt (oder umgekehrt) proportional, wenn dem Doppelten, Dreifachen, … der einen Größe die Hälfte, ein Drittel, … der anderen Größe entspricht.

3 Maler brauchen 15 h
1 Maler braucht 15 h · 3 = 45 h
5 Maler brauchen 45h : 5 = 9h

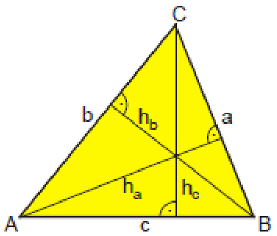
4 Geometrie

Flächeninhalt:
a) Parallelogramm



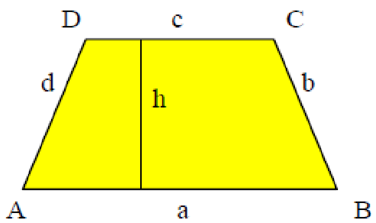
$$A_P = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

b) Dreieck:



$$A_D = \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \tfrac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \; ;$$

c) Trapez:



$$A_T = \tfrac{1}{2}\,(a + c) \cdot h$$

Rauminhalt:
Wenn die Umrechnungszahl für Langeneinheiten 10 ist, dann
ist sie für die zugehörigen Flächeneinheiten 100, bzw. für die zugehörigen Raumeinheiten 1000.

1 km = 1000 m 1 m = 10 dm 1 dm = 10 cm 1 cm = 10 mm	1 km^2 = 100 ha 1 ha = 100 a 1 a = 100 m^2 1 m^2 = 100 dm^2
1 km^3 = 1.000.000.000 m^3 1 m^3 = 1000 dm^3 1 dm^3 = 1000 cm^3 1 cm^3 = 1000 mm^3	1 l = 1 dm^3 1 ml = 1 cm^3 1 hl = 100 l