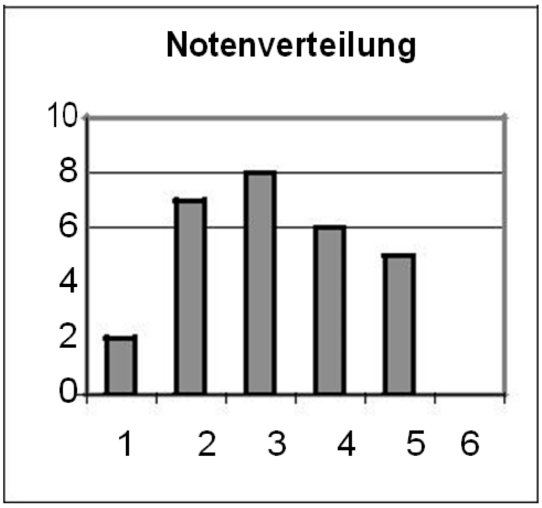
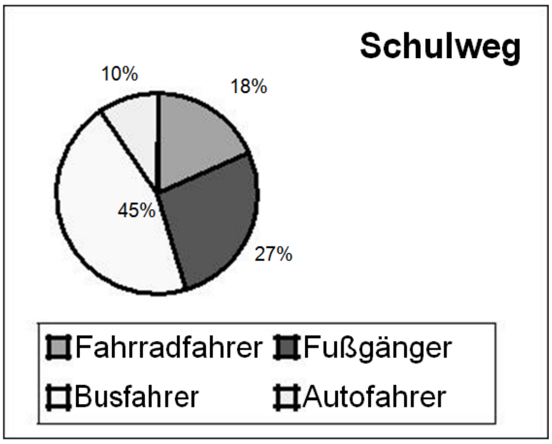
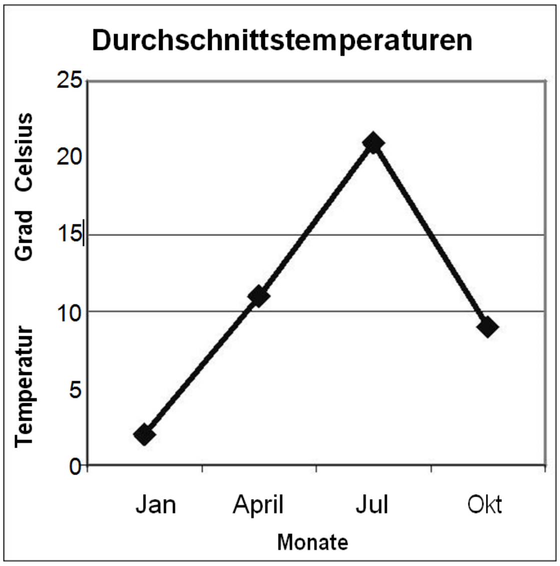
1. Daten und Diagramme	
Inhalt	Beispiele / Veranschaulichung
Zum Vergleich von Daten sind **Säulen- und Balkendiagramme** geeignet: Bei dieser Arbeit gab es zweimal die Note 1, siebenmal die Note 2, usw.	
Die Verteilung innerhalb einer Gesamtheit wird am besten durch **Kreisdiagramme** gezeigt: der größte Anteil entfällt mit 45% auf die Busfahrer, nur 10% werden mit dem Auto zur Schule gebracht, usw.	
(Zeitliche) Veränderungen werden am günstigsten durch **Liniendiagramme** dargestellt: im Juli ist die Durchschnittstemperatur in etwa doppelt so groß wie im April.	
Das **arithmetische Mittel** (Durchschnitt, Mittelwert) ist der Quotient aus der Summe der Werte und der Anzahl der Werte.	$\frac{218{,}8 + 227{,}1 + 234{,}2}{3} = 226{,}7$

2. Terme	
Inhalt	Beispiele
Grundbegriffe	
Mathematisch sinnvolle Rechenausdrücke mit Variablen heißen **Terme**.	$T_1(x) = (4x - 5) \cdot 3$ $T_2(a;b) = a^2 - 4b + 7a$
Setzt man für die Variablen Zahlen ein, so erhält man nach einer entsprechenden Rechnung den **Wert des Terms.**	$T_2(3;5) = 3^2 - 4 \cdot 5 + 7 \cdot 3 = 9 - 20 + 21 = 10$
Diejenigen Zahlen, die man einsetzen darf, bilden die **Definitionsmenge D**.	
Zwei Terme heißen **äquivalent (gleichwertig)**, wenn sie bei jeder möglichen Einsetzung für die Variablen denselben Wert liefern.	$T_3(a) = 9a^2 - 6ab + b^2$ ist äquivalent zu $T_4(a) = (3a - b)^2$
Terme, bei denen die gleichen Variablen in der gleichen Potenz auftreten, sind **gleichartig**.	5xy, 7xy, 8yx, 13xy, -0,5xy sind gleichartig 13xy, 5x, $3xy^2$ sind nicht gleichartig
Termumformungen und Rechengesetze	
Termumformungen unter Beachtung der folgenden Rechengesetze erzeugen stets äquivalente Terme.	
a) Vereinfachungen von Summen und Differenzen In Summen und Differenzen können nur **gleichartige** Terme addiert bzw. subtrahiert werden: $a + b + 2a + ab + 3b =$ $= a + 2a + b + 3b + ab = 3a + 4b + ab$	$3xy + 7x^2y - 5x + 12yx - 0{,}5x = 15xy + 7x^2y - 5{,}5x$ Anmerkung: 3xy und 12yx sind gleichartig wegen des Kommutativgesetzes, -5x und 0,5x sind gleichartig, 15xy , $7x^2y$ und 5,5x sind nicht gleichartig und können nicht weiter miteinander verrechnet werden
b) Auflösen von Klammern, Klammerregeln Wenn ein **Plus** direkt vor einer Klammer steht, so kann diese einfach weggelassen werden. $a + (b + c) = a + b + c$	$2a + (12b - a) = 2a + 12b - a = a + 12b$ $0{,}5x^2 + (2{,}5xy - 3x^2 + 4y) + (7x^2 + y) =$ $0{,}5x^2 + 2{,}5xy - 3x^2 + 4y + 7x^2 + y = 4{,}5x^2 + 2{,}5xy + 5y$
Wenn ein **Minus** direkt vor einer Klammer steht, so lässt man die Klammer <u>und</u> das Minuszeichen vor der Klammer weg <u>und ändert alle Vorzeichen in der Klammer!</u> $a - (-b + c - d) = a + b - c + d$	$u^2 - (3u^2 - 5u) = u^2 - 3u^2 + 5u = -2u^2 + 5u$ $a - (-2a + ab - 0{,}5a) = a + 2a - ab + 0{,}5a = 3{,}5a - ab$
c) Ausmultiplizieren von Klammern Wenn vor einer Klammer nicht nur ein Vorzeichen, sondern auch ein Faktor (Zahl oder Variable) steht, so kann dieser Term mit Hilfe des Distributivgesetzes ausmultipliziert werden. Die Klammerregeln müssen weiterhin beachtet werden. $a \cdot (b + c) = ab + ac$	$3x \cdot (x^2 + 5y) = 3x \cdot x^2 + 3x \cdot 5y = 3x^3 + 15xy$ $-0{,}25a(a + 2b) = -0{,}25a^2 - 0{,}5ab$

d) Ausklammern **(Umkehrung des Ausmultiplizierens)** Die Umformung einer Summe oder Differenz mit Hilfe des Distributivgesetzes in ein Produkt heißt Ausklammern. Gemeinsame Faktoren der Termglieder einer Summe oder Differenz werden vor eine Klammer geschrieben. Auch hier müssen die Klammerregeln beachtet werden. $ab + ac = a \cdot (b + c)$	$12a + 6\,ab - 8\,a^2 = 2a \cdot (6 + 3b - 4a)$ $9x^2y - 27\,xy + 12xy^2 \begin{cases} = 3xy \cdot (3x - 9 + 4y) \\ \text{oder} \\ = -3xy \cdot (-3x + 9 - 4y) \end{cases}$
e) Ausmultiplizieren von Summen Zwei Summen werden miteinander multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert. $(x + y + z) \cdot (a + b) = ax + bx + ay + by + az + bz$	$(2x + 3) \cdot (x - y) = 2x^2 - 2xy + 3x - 3y$ $(-ab + b^2 - a) \cdot (a + b) = -a^2b - ab^2 + ab^2 + b^3 - a^2 - ab$ $= -a^2b + b^3 - a^2 - ab$
f) Rechnen mit Potenzen **Potenzen** mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ Ein Produkt wird potenziert, indem man seine Faktoren einzeln potenziert: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ Eine Potenz wird potenziert, indem man die Exponenten multipliziert: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ Dadurch können in Produkten gleiche Faktoren zu einer Potenz zusammengefasst werden. $a \cdot b \cdot a \cdot b \cdot c = a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c = a^2 \cdot b^2 \cdot c$	$x^2 \cdot 5 \cdot xy \cdot 0{,}5 \cdot y^3 \cdot 3 \cdot 2y = 5 \cdot 0{,}5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^3 \cdot y = 15x^3y^5$

3. Gleichungen	
Inhalt	Beispiele
Grundbegriffe Zwei Terme (mit mindestens einer Variable), die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind, bilden eine **Gleichung**. Setzt man für eine Variable eine Zahl ein und erhält auf beiden Seiten der Gleichung denselben Wert, so ist diese Zahl die Lösung der Gleichung.	$\left.\begin{array}{l} 12x + 5 = 29 \\ 3a - 12 = 8 - 7a \end{array}\right\}$ sind Gleichungen Es gilt: $3 \cdot 2 - 12 = -6$ (linke Seite) und $8 - 7 \cdot 2 = -6$ (rechte Seite) a = 2 ist also Lösung der Gleichung $3a - 12 = 8 - 7a$
Eine Gleichung heißt **linear**, wenn die Variable nur allein bzw. mit einem Zahlenfaktor vorkommt, nicht aber in einer Potenz oder als Hochzahl.	Lineare Gleichungen: $3x - 2 = 0$ $5x - 2 = 3 - 3x$ KEINE linearen Gleichungen: $3x - x^3 = -8$ $x - 2^x = 4$
Umformungen, die die Lösungsmenge einer Gleichung nicht verändern, heißen **Äquivalenzumformungen**. Dazu gehören: • Termumformungen jeweils auf einer Seite der Gleichung • Addition und Subtraktion derselben Zahlen oder Terme auf beiden Seiten der Gleichung • Multiplikation oder Division auf beiden Seiten der Gleichung mit bzw. durch dieselben Zahlen ($\neq 0$)	
Lösen von Gleichungen Lineare Gleichungen lassen sich nach folgender Strategie lösen: • die Terme auf beide Seiten getrennt vereinfachen • alle x-Terme auf die eine Seite bringen • alle Zahlen auf die andere Seite bringen • durch Division (oder Multiplikation) x isolieren	$2x + 5(x + 1) = 4(x - 2) + 1$ $2x + 5x + 5 = 4x - 8 + 1$ $7x + 5 = 4x - 7 \quad \mid -4x$ $3x + 5 = -7 \quad \mid -5$ $3x = -12 \quad \mid :3$ $x = -4$
Aufstellen von Gleichungen bei Sachaufgaben Gehe nach folgendem Schema vor: • Wähle und benenne eine Variable für die unbekannte Größe • Stelle eine Gleichung für das Problem auf • Löse die Gleichung • Überprüfe dein Ergebnis (Probe) • Formuliere eine Antwort	Susi ist viermal so alt wie Paul. In zwei Jahren wird sie nur noch dreimal so alt sein, wie Paul dann ist. Die Variable x steht für Pauls Alter heute. Gleichung (Situation in drei Jahren): $4x + 2 = 3\,(x + 2)$ $4x + 2 = 3x + 6$ $x = 4$ Probe: $4 \cdot 4 + 2 = 18$ und $3\,(4 + 2) = 18$ Antwort: Paul ist heute 4 Jahre alt und Susi ist heute 16 Jahre alt.

4. Wiederholung und Vertiefung der Prozentrechnung	
Inhalt	Beispiele
Grundgleichung der Prozentrechnung: p% · G = P	3 % von 100 € = $\frac{3}{100} \cdot 100€ = 3€$ Prozentsatz p% · Grundwert G = Prozentwert P
Grundaufgaben:	
a) Berechnung des **Prozentwertes:** P = p% · G	Wie viel sind 30 % von 2 kg? $\frac{30}{100} \cdot 2kg = \frac{30 \cdot 2}{100} kg = \frac{60}{100} kg = 0{,}6kg = 600g$
b) Berechnung des **Prozentsatzes:** p% = P : G	Wie viel Prozent sind 18 cm von 3m? $\frac{18cm}{3m} = \frac{18cm}{300cm} = \frac{6}{100} = 6\%$
c) Berechnung des **Grundwertes**: G = P : p%	Ein Geldbetrag wird mit 5% Zinsen pro Jahr angelegt. Nach einem Jahr beträgt das Gesamtguthaben auf dem Konto 2100 €. Welcher Geldbetrag wurde ursprünglich angelegt? x + 0,05x = 2100€ 1,05x = 2100€ x = 2100€ : 1,05 x = 2000€
Vertiefte Fragestellungen:	
Welchen Anteil stellt die Prozentangabe in der Aufgabenstellung dar? Rabatt oder Restwert?	Beispiel 1: Eine Jacke kostete ursprünglich140€. Sie wurde zuerst um 25% und dann nochmals um 30% reduziert. Was kostet sie noch? 70% von 75% von 140€ 0,7 · 0,75 · 140€ = 0,7 · 105€ = 73,50€
Auf welchen Grundwert bezieht sich die Prozentangabe in der Aufgabenstellung?	Beispiel 2: Ein Computerhersteller erhöht den Preis für ein Notebook um 15%, es kostet nun 736 €. Was war der ursprüngliche Preis? Preissteigerung um 15% (des ursprünglichen Preises =Grundwertes) auf 736 € 736 € sind 115% des ursprünglichen Preises 736 € : 1,15 = 640 €

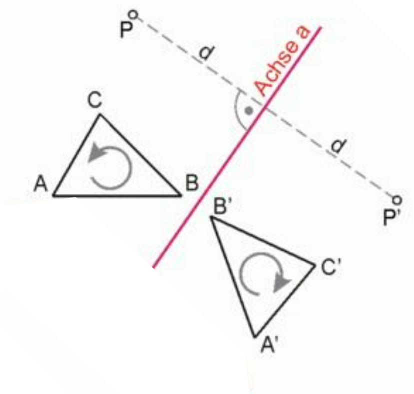
5. Geometrie: Symmetrie

Inhalt	Beispiele

Achsensymmetrie
Zwei Figuren, die bezüglich einer Achse a symmetrisch zueinander sind, nennt man achsensymmetrisch.

Zwei achsensymmetrische Punkte P und P‘ haben den gleichen Abstand d von a.

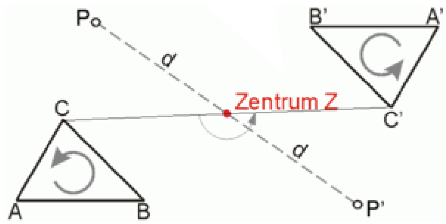
Die Verbindungsstrecke [PP‘] steht senkrecht auf a.



Punktsymmetrie
Zwei Figuren, die bei einer Halbdrehung um einen Punkt ineinander übergehen, nennt man punktsymmetrisch. Dieser Punkt heißt Symmetriezentrum Z.

Zwei punktsymmetrische Punkte P und P‘ haben den gleichen Abstand d von Z.

Die Verbindungsstrecke [PP‘] geht durch Z.



Symmetrie bei Vierecken

Quadrat: vier Symmetrieachsen, ein Symmetriezentrum

Raute: zwei Symmetrieachsen, ein Symmetriezentrum

Rechteck: zwei Symmetrieachsen, ein Symmetriezentrum

Drachenviereck: eine Symmetrieachse

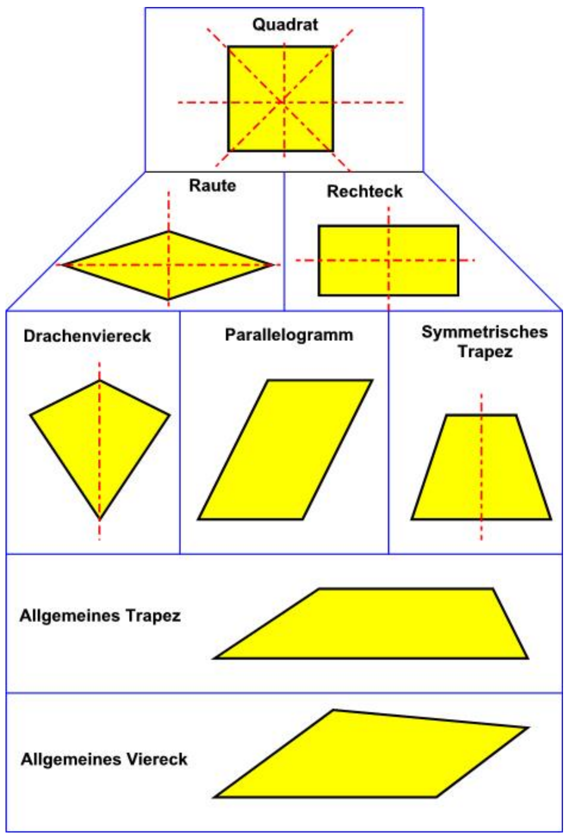
Parallelogramm: ein Symmetriezentrum

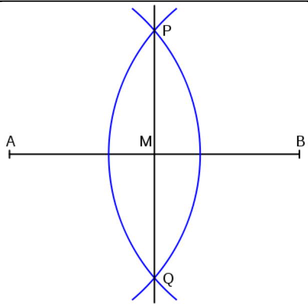
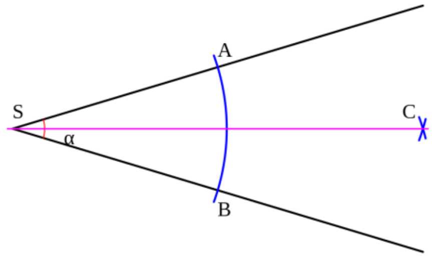
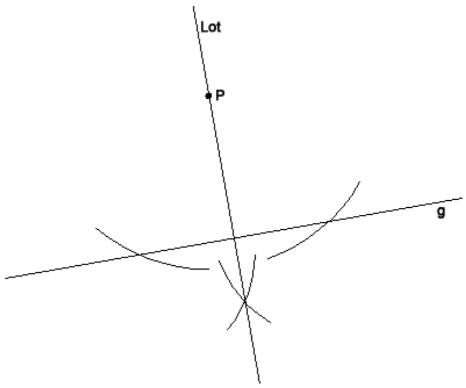
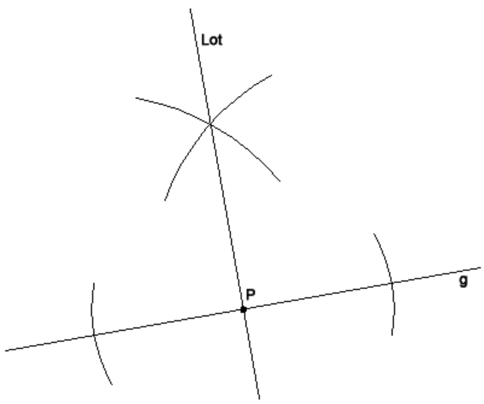
symmetrisches Trapez: eine Symmetrieachse

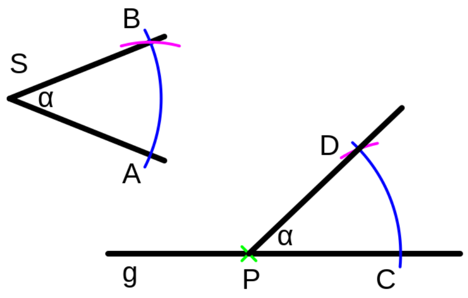
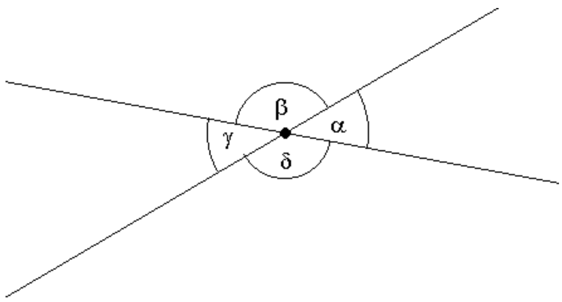
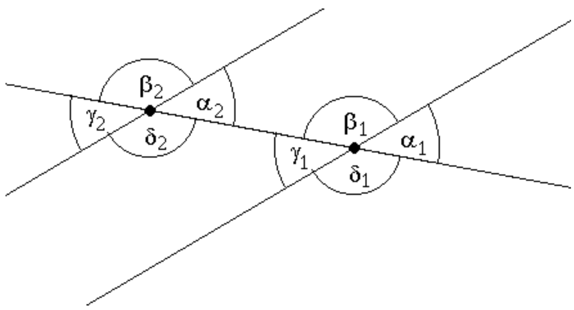
allgemeines Trapez: keine Symmetrie

allgemeines Viereck: keine Symmetrie

Das Haus der Vierecke

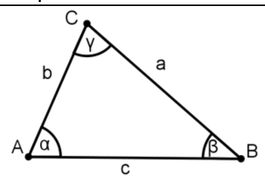


6. Geometrie: Grundkonstruktionen	
Inhalt	Beispiele
Mittelsenkrechte der Strecke [AB] 1. Zeichne um A und B jeweils einen Kreis mit Radius r > $\frac{1}{2}\overline{AB}$ (d.h. der Radius muss so gewählt werden, damit sich die Konstruktionskreise schneiden). 2. Die Verbindung der beiden Schnittpunkte dieser Kreislinien ist die Mittelsenkrechte m von [AB].	
Winkelhalbierende 1. Zeichne einen Kreis mit beliebigem Radius um den Scheitel S des Winkels. 2. Zeichne um beide so entstandenen Schnittpunkte A und B jeweils einen Kreis mit demselben Radius. Wähle diesen Radius so groß, dass sich die Kreise im Punkt C schneiden. 3. Die Verbindung des Scheitels mit dem zuletzt entstandenen Schnittpunkt C ist die Winkelhalbierende w.	
Lot fällen (d.h. das Lot zu einer Geraden g durch einen Punkt P, der nicht auf der Geraden liegt) 1. Zeichne einen Kreis um den Punkt P. Wähle den Radius so, dass dieser Kreis die Gerade schneidet. 2. Zeichne um die beiden entstandenen Schnittpunkte jeweils einen Kreis mit demselben Radius. Wähle auch diesen Radius so, dass sich die Kreise schneiden. 3. Die Verbindung des zuletzt entstandenen Schnittpunktes mit dem Punkt P ist das Lot.	
Lot errichten (d.h. das Lot zu einer Geraden durch einen Punkt P, der auf der Geraden liegt.) 1. Zeichne einen Kreis mit beliebigem Radius um den Punkt P auf der Geraden. 2. Zeichne um die beiden entstanden Schnittpunkte jeweils einen Kreis mit demselben Radius. Wähle diesen Radius so, dass sich die Kreise schneiden. 3. Die Verbindung des zuletzt entstandenen Schnittpunktes und des Punktes P ist das Lot.	

7. Geometrie: Winkel	
Inhalt	Beispiele
Übertragen eines Winkels mit Zirkel und Lineal gegeben: Winkel α sowie eine Gerade g mit einem Punkt P darauf 1. Mit dem Zirkel um den Scheitelpunkt S des gegebenen Winkels einen Kreisbogen durch beide Schenkel zeichnen (Punkte A und B) 2. Den gleichen Kreisbogen auch um den Punkt P der Geraden g zeichnen. (Punkt C) 3. Den Zirkel auf den Abstand der beiden Punkte A und B einstellen und einen Bogen um C zeichnen. 4. Die Schnittpunkte der beiden Kreise um P und C ergibt den möglichen Punkt D auf dem anderen Schenkel des Winkels.	
Winkel an einfachen Geradenkreuzungen An einer einfachen Gradenkreuzung nennt man nebeneinanderliegende Winkel **Nebenwinkel** und gegenüberliegende Winkel **Scheitelwinkel.** Es gilt: Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°. Scheitelwinkel sind gleich groß.	 Nebenwinkel z. B. $\alpha + \beta = 180°$ Scheitelwinkel $\alpha = \gamma$ sowie $\beta = \delta$
Winkel an parallelen Geraden, die von einer dritten Geraden geschnitten werden (Doppelkreuzung) Winkel, die bezüglich der Parallelen die gleiche Lage haben heißen Stufenwinkel oder F-Winkel. Stufenwinkel sind gleich groß. Winkel, die bezüglich der Parallelen entgegengesetzte Lage haben heißen Wechselwinkel oder Z-Winkel. Wechselwinkel sind gleich groß.	 Stufenwinkel $\alpha_1 = \alpha_2$ sowie $\beta_1 = \beta_2$ sowie $\gamma_1 = \gamma_2$ sowie $\delta_1 = \delta_2$ Wechselwinkel $\alpha_1 = \gamma_2$ sowie $\beta_1 = \delta_2$ sowie $\gamma_1 = \alpha_2$ sowie $\delta_1 = \beta_2$

8. Geometrie: Dreiecke	
Inhalt	Beispiele

Bezeichnungen von Ecken, Winkeln und Seiten

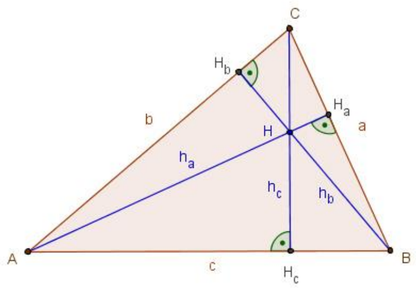


Zusammenhang zwischen Seitenlängen und Winkel:
In jedem Dreieck liegt der größeren Seite der größere Winkel gegenüber.
Dreiecksungleichung: In jedem Dreieck ist die Summe der Längen zweier Seiten größer als die Länge der dritten Seite.

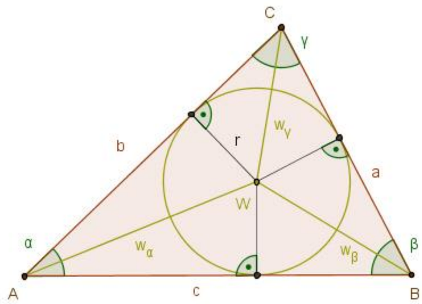
a + b > c

Besondere Strecken und Geraden in Dreiecken

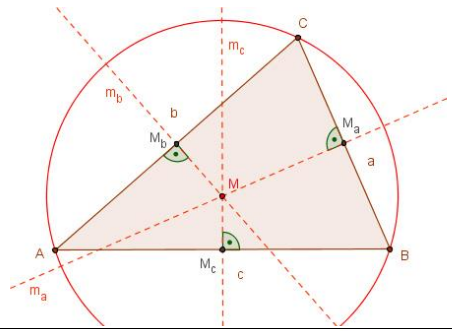
a) In jedem Dreieck gibt es **drei Höhen h_a, h_b und h_c**.
Es handelt sich jeweils um die Lotstrecken von einem Eckpunkt des Dreiecks auf die gegenüberliegende Seite.



b) In jedem Dreieck gibt es drei **Winkelhalbierende w_α, w_β und w_γ.** Sie schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises.



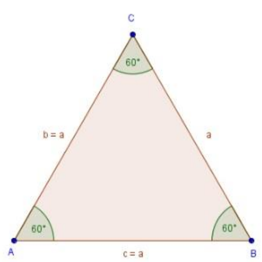
c) In jedem Dreieck gibt es drei **Mittelsenkrechten m_a, m_b und m_c.** Sie schneiden sich im Umkreismittelpunkt. Der Umkreis um diesen Punkt verläuft durch die Ecken des Dreiecks.

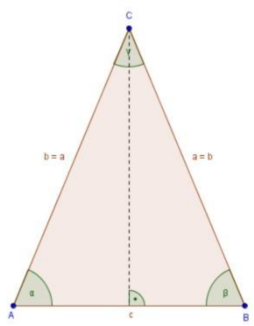


Besondere Dreiecke

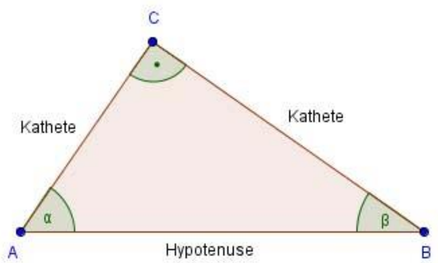
gleichseitiges Dreieck:
drei gleich lange Seiten und drei gleich große Winkel

gleichschenkliges Dreieck:
zwei gleich lange Seiten (Schenkel) und zwei gleich große Winkel (Basiswinkel)





rechtwinkliges Dreieck:
ein Winkel beträgt 90°, die **Katheten** liegen am 90°-Winkel an, die **Hypotenuse** liegt dem 90°-Winkel gegenüber



Der Satz des Thales

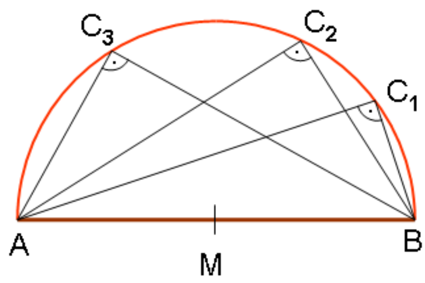
Formulierung:

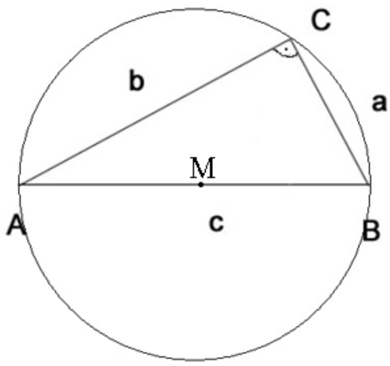
Liegt der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über der Strecke AB, dann hat das Dreieck bei C immer einen rechten Winkel.

Umkehrung:

Hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel, so liegt C auf einem Kreis mit der Hypotenuse AB als Durchmesser.

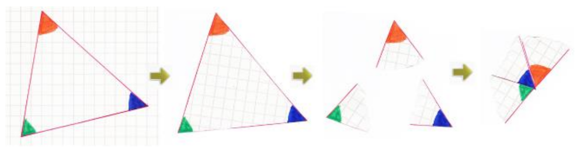
Die Kreislinie um den Punkt M, auf der die Ecken des Dreiecks ABS liegen, wird auch Thaleskreis genannt.





Innenwinkelsumme im Dreieck

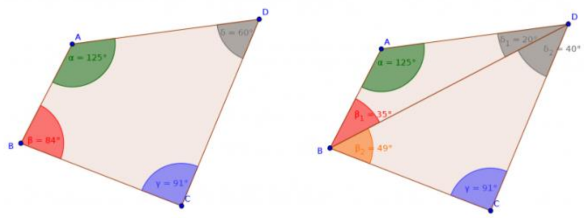
Die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks beträgt 180°.



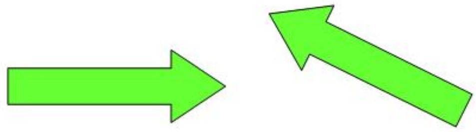
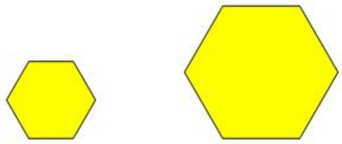
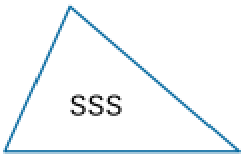
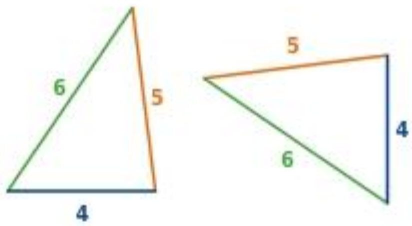
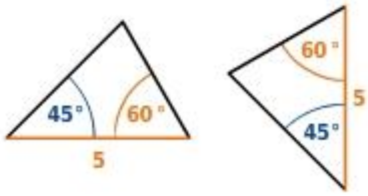
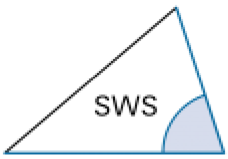
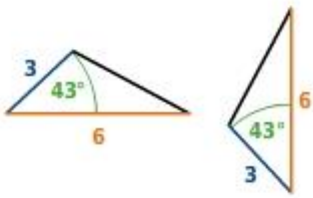
Wenn man die Ecken eines Dreiecks abreißt und dann die Innenwinkel aneinanderlegt, erkennt man, dass gilt: $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

Innenwinkelsumme im Viereck

Die Summe der Innenwinkel eines Vierecks beträgt 360°.



Da sich jedes Viereck durch die Diagonale in zwei Dreiecke zerlegen lässt, beträgt die Summe der Innenwinkel im Viereck $\alpha+\beta+\gamma+\delta=360^\circ$

9. Geometrie: Kongruenz	
Inhalt	Beispiele
Grundbegriff Sind Figuren **deckungsgleich**, so heißen sie **kongruent**. Kongruente Figuren sind also **gleich groß und haben dieselbe Form**, können sich aber in ihrer Lage unterscheiden.	kongruente Figuren  nicht kongruent Figuren 
Kongruenzsätze für Dreiecke Zwei oder mehr Dreiecke sind kongruent zueinander, wenn sie übereinstimmen in … … allen drei Seiten. 	
... einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln. 	
... zwei Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel. 	
… zwei Seiten und dem der größeren Seite gegenüberliegenden Winkel.